

NOMS Prénoms des élèves du groupe :

- 
- 

## Travail de groupe n° 5

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4.A	Exercice 4.B	BONUS	Tenue du groupe
Total	3	3	4	4	5	2	1

### Exercice 1

Déterminer, sans utiliser la calculatrice, l'inverse de la matrice  $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$

Qu'en déduire en terme de transformation géométrique ?

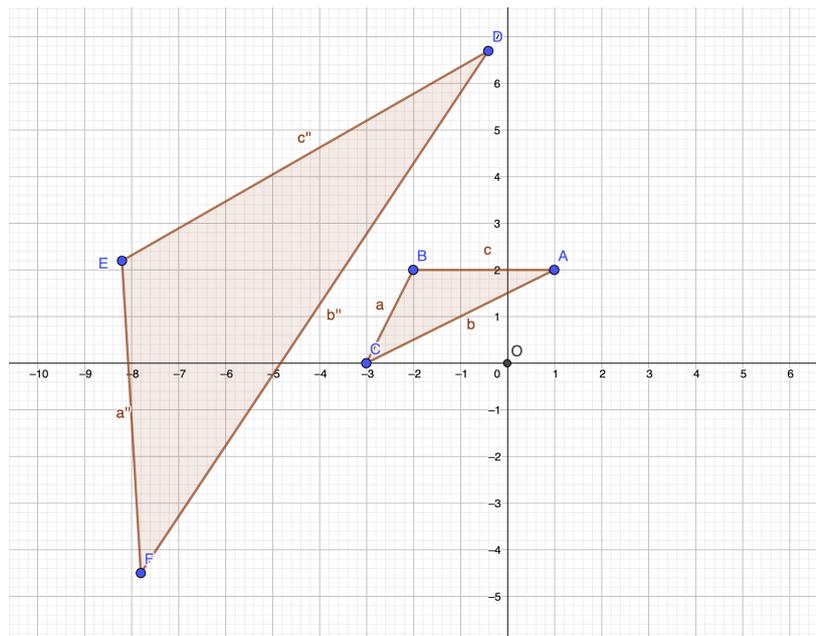
### Exercice 2

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

Calculer le produit  $AB$ . En déduire que  $A$  n'est pas inversible.

### Exercice 3

Déterminer la matrice de transformation, produit de deux matrices de transformation usuelles, qui permet d'obtenir les coordonnées des sommets du triangle  $EDF$  à partir de celles des sommets de  $ABC$  représentés ci-dessous.

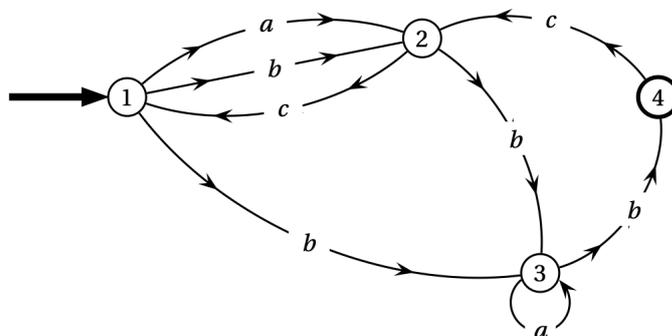


**Exercice 4**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

**Partie A**

Pour accéder à un local d'une petite entreprise, les employés doivent choisir un code reconnu par l'automate suivant :



Une succession de lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet ① et en sortant au sommet ④.

Par exemple :

- le mot *bcbab* est un mot reconnu par cet automate, et correspond au chemin 121334;
- le mot *abac* n'est pas reconnu par cet automate.

1. Parmi les mots suivants, quels sont ceux qui sont reconnus par cet automate ?

*abab, abc, abbcb.*

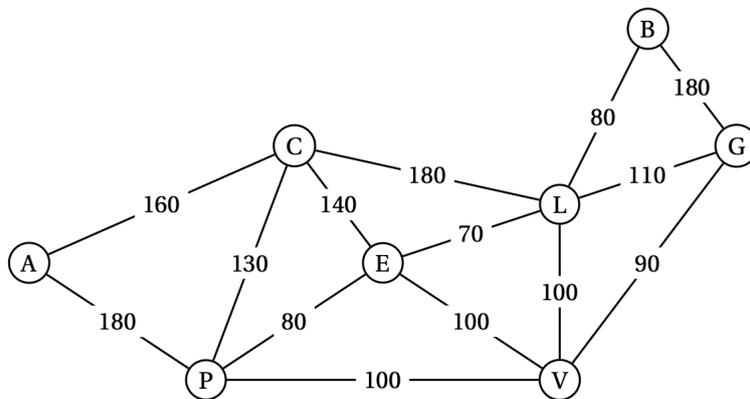
2. Donner la matrice d'adjacence  $M$  associée au graphe orienté dans laquelle les sommets sont rangés dans l'ordre croissant.

3. Combien de mots de 4 lettres sont-ils reconnus par l'automate ? Justifier. Quels sont-ils ?

**Partie B**

Dans le graphe ci-après, on a fait figurer les distances routières, exprimées en kilomètre, entre certaines grandes villes de la région Auvergne-Rhône-Alpes.

- |                      |                     |                     |             |
|----------------------|---------------------|---------------------|-------------|
| A : Aurillac         | G : Grenoble        | B : Bourg-en-Bresse | L : Lyon    |
| C : Clermont-Ferrand | P : Le Puy-en-Velay | E : Saint-Étienne   | V : Valence |



1. Un technicien doit vérifier l'état des routes du réseau représenté par le graphe ci-dessus.
  - (a) Peut-il parcourir l'ensemble du réseau en empruntant chaque route une et une seule fois ? Justifier la réponse.
  - (b) Si un tel parcours est possible, préciser par quelle(s) ville(s) de ce réseau routier le technicien doit commencer sa vérification.
2. Ayant terminé sa semaine de travail à Bourg-en-Bresse, le technicien souhaite retourner chez lui à Aurillac en faisant le moins de kilomètres possibles.
  - (a) Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le plus court chemin entre les villes de Bourg-en-Bresse et Aurillac en empruntant le réseau routier.
  - (b) La route entre Le Puy-en-Velay et Aurillac est fermée à la circulation. Quel chemin doit-il alors emprunter ?

### BONUS

#### Exercice 5

1. Trouver deux matrices  $A$  et  $B$  telles que  $\det(A + B) \neq \det(A) + \det(B)$

2. On considère la matrice  $A$  donnée par  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Déterminer la condition sur les coefficients des matrices  $B$  telles que  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$  et en déduire l'une d'elle.